-EXERCICE 15.2-

• ENONCE :

« Vitesses cosmiques »

• On assimile la Terre à une répartition sphérique de masse M et de rayon $R \simeq 6370\ km$; le champ gravitationnel à sa surface sera pris égal à : $g_0 = 9,81\ m.s^2$.

1) Quelle est la vitesse minimum v_1 qu'il faut communiquer à un objet pour le satelliser en orbite circulaire « rasante » ?
2) Quelle est la vitesse minimum v_2 qu'il faut communiquer à un objet pour qu'il échappe à l'attraction terrestre ? (l'objet part de la surface de la Terre).
3) Comment évoluent ces vitesses pour la Lune ? Pour Jupiter ?

• CORRIGE :

« Vitesses cosmiques »

1) Appliquons le PFD à l'objet de masse m ; pour une trajectoire circulaire et une force centrale, l'accélération est purement normale et le module de la vitesse est constant.

En projection sur le vecteur normal $\vec{n}$, et en supposant que le rayon de la trajectoire est le rayon terrestre R, on a :

$m\dfrac{v_1^2}{R} = mg_0 \Rightarrow \boxed{v_1 = \sqrt{g_0 R}}$ Application numérique : $v_1 = \sqrt{9{,}81 \times 6370 \times 10^3} \Rightarrow \boxed{v_1 \simeq 7{,}9\ km.s^{-1}}$

2) Pour échapper à l'attraction terrestre au moindre « coût énergétique », il faut passer sur une trajectoire **parabolique**, dont l'excentricité vaut $e = 1 \Rightarrow$ dont l'énergie mécanique vaut $E = 0$; on écrit alors, en supposant que l'objet part de la surface de la Terre :

$E = 0 = \dfrac{1}{2}mv_2^2 - \dfrac{GMm}{R} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\dfrac{2GM}{R}}$; or : $g_0 = \dfrac{GM}{R^2} \Rightarrow \boxed{v_2 = \sqrt{2g_0 R} = \sqrt{2} \times v_1 \simeq 11{,}2\ km.s^{-1}}$

3) **Pour la Lune :** $R_{Lune} \approx \dfrac{R_{Terre}}{4}$; la masse est de la forme $M = \mu \times \dfrac{4}{3}\pi R^3 \Rightarrow g_0$ est proportionnel au rayon, mais aussi à la masse volumique μ. Cette dernière étant du même ordre de grandeur pour les 2 corps, c'est le paramètre rayon qui l'emporte $\Rightarrow \boxed{v_2(Lune) \prec v_2(Terre)}$

Rq : avec un rapport $\dfrac{\mu(Lune)}{\mu(Terre)} \simeq 0{,}6$, une application numérique donne : $\boxed{v_2(Lune) \simeq 2{,}4\ km/s}$.

• **Pour Jupiter :** cette fois, le rayon est à l'avantage de Jupiter, mais, étant une planète géante gazeuse, sa masse volumique sera plus faible ; on peut cependant pencher pour une importance plus grande du rayon $\Rightarrow \boxed{v_2(Jupiter) \succ v_2(Terre)}$

Données numériques : $\dfrac{R_{Jupiter}}{R_{Terre}} \simeq 11{,}2$ et $\dfrac{\mu_{Jupiter}}{\mu_{Terre}} \simeq 0{,}24 \Rightarrow \boxed{v_2(Jupiter) \simeq 61\ km/s}$

Rq : dans les ouvrages spécialisés, on trouve, comme vitesse de libération à l'équateur de Jupiter, une valeur de $59{,}5\ km/s$...il faut songer que les corps ne sont pas homogènes, ni même de forme sphérique, en particulier pour Jupiter !